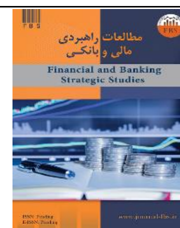
E-ISSN: 2981-1589 | P-ISSN: 2981-1570



Financial and Banking Strategic Studies

www.journal-fbs.com

Fin. Bank. Stra. Stud. Vol. 1, No. 4 (2023) 258-271





Paper Type: Original Article

Investigating Data Coverage Models for Input/Output Level and Improving the Efficiency of Organizations

Reza Tavakoli-Moghadam*

Department of Industrial Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran; tavakoli@ut.ac.ir.

Citation:



Tavakoli-Moghadam, R. (2023). Investigating data coverage models for input/output level and improving the efficiency of organizations. *Financial and banking strategic studies, 1*(4), 258-271.

Received: 16/11/2023 Reviewed: 14/12/2023 Revised: 09/01/2024 Accepted: 09/02/2024

Abstract

In this article, Data Envelopment Analysis (DEA) models were examined to estimate the input/output levels and apply the preferences of managers or decision makers, as well as the improvement of inefficient units in the interval mode. In this article, the method proposed by Hosseinzadeh Lotfi et al. [1], which is about estimating the output levels when the input levels are increased with the assumption that the data is interval (input and output values are interval), using the model presented by Foroughi and Hadi-Vencheh [2], it was expanded to include the reduction or no change of the output levels while increasing, it was studied. Then, a model for estimating the input levels when changing (increasing, decreasing or not changing) the output levels with interval data is presented.

Keywords: Efficiency, Efficiency improvement, Interval data.



Corresponding Author: tavakoli@ut.ac.ir



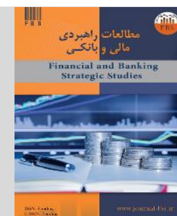


Financial and Banking Strategic Studies

مطالعات راهبردی مالی و بانکی

دوره ۱، شماره (۴)، (۱۴۰۲)، ۲۷۱-۲۵۸
www.journal-fbs.com







نوع مقاله: پژوهشی

بررسی مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها برای تخمین سطوح ورودی/خروجی و بهبودبخشی کارایی سازمان‌ها

رضا توکلی مقدم

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

چکیده

در این مقاله مدل‌های *DEA*[1]، برای تخمین سطوح ورودی/خروجی و اعمال ترجیحات مدیر یا تصمیم‌گیرندگان و نیز بهبودبخشی واحدهای ناکارا در حالت بازه‌ای موردبررسی قرار گرفت. در این مقاله روشی توسط حسین زاده لطفی و همکاران [1] که درمورد تخمین سطوح خروجی به هنگام افزایش سطوح ورودی با فرض بازه‌ای بودن داده‌ها (مقادیر ورودی و خروجی به‌صورت بازه‌ای می‌باشند) است را با استفاده از مدل ارایه شده توسط فروغی و ونچه [2] گسترش داده تا ضمن افزایش سطوح خروجی کاهش و یا عدم‌تغییر آن‌ها را نیز شامل شود، موردمطالعه قرار گرفت؛ سپس مدلی برای تخمین سطوح ورودی به هنگام تغییر (افزایش، کاهش یا عدم تغییر) سطوح خروجی با داده‌های بازه‌ای ارایه شده است.

کلیدواژه‌ها: کارایی، بهبودبخشی کارایی، داده‌های بازه‌ای.

۱- مقدمه

اندازه‌گیری کارایی به‌خاطر اهمیت آن در ارزیابی عملکرد یک شرکت یا سازمان، همواره موردتوجه قرار داشته است. در سال ۱۹۵۷ فارل [3]، برای اولین‌بار مبحث تعیین کارایی را به روش غیرپارامتریک مطرح کرد. مدلی که توسط وی ارایه شد، تنها یک ورودی و یک خروجی را شامل می‌شود. چارنز و همکاران [4]، با توسعه دیدگاه فارل، مدلی تحت عنوان تحلیل پوششی داده‌ها *DEA*، که شامل چندین ورودی و خروجی است را ارایه دادند. هدف این مدل، اندازه‌گیری و مقایسه کارایی نسبی واحدهای سازمانی نظیر مدارس، بیمارستان‌ها، شعب بانک‌ها، شهرداری‌ها و ... است. در مدل‌های *DEA* اولیه، فرض می‌شود که تمامی داده‌های ورودی و خروجی به‌صورت مقادیر ثابت و مثبت به‌صورت پیوسته در اختیار است؛ اما در عمل همیشه این امکان وجود ندارد که مقادیر داده‌ها به‌صورت قطعی در اختیار باشد. هم‌چنین ممکن است مقادیر بعضی داده‌ها موجود نباشد، لذا نتال و همکاران [5] پیشنهاد نمودند که واحد یا واحدهایی که داده‌های دقیق آن‌ها در اختیار نیست را، باید از مقایسه خارج کرد. البته سیمار و همکاران [6] نشان دادند که این امر بر نتایج حاصل از مدل‌های *DEA*، تاثیر منفی گذاشته و مقایسه‌ها را بی‌ارزش می‌کند. کوپر و همکاران [7] عنوان نمودند که به جای داده‌هایی که مقادیر دقیق آن‌ها موجود نیست از تخمین زننده‌ها (برای مثال متوسط مقدار داده‌های دیگر) در مدل‌های *DEA* استفاده کنند. این روش نیز چندان کارآمد نیست؛ چراکه با هر تغییر، هرچند بسیار ناچیز، ممکن است یک واحد از ناکارا به کارا و برعکس تغییر کند. کااوزمانم [8] پیشنهاد کرد که از واحدهای مصنوعی (صفر برای خروجی‌ها و عدد به اندازه کافی بزرگ برای ورودی‌ها) و نیز استفاده از محدودیت‌های وزنی خاص برای کم‌کردن تاثیر واحدهایی که

[1] Data Envelopment Analysis (DEA)

* نویسنده مسئول

tavakoli@ut.ac.ir



داده‌های دقیق آن‌ها در اختیار نیست، در هنگام ارزیابی کارایی واحدهای دیگر، بهره گیرند. با این راهکار باز هم، عدم وجود بعضی داده ها، در نتیجه کارایی واحدها موثر است. کااو و لیو [9] با استفاده از مفهوم تابع عضویت در مبحث فازی و به کمک داده‌های موجود، بازه های کرانداری را برای داده‌هایی که مقادیر آن‌ها در اختیار نبود، ارایه کردند.

اسمیرلیس و همکاران [10] نیز بازه‌های کرانداری را برای داده‌های غیردقیق ارایه دادند. تفاوت این روش با روش کاو و لیو این بود که آن‌ها از تئوری فازی برای تخمین استفاده کردند، اما در آن مقاله از تکنیک‌های دقیق برای تخمین بهره بردند به این صورت که از مساله‌ی هم‌بستگی ممکن بین شاخصی که بعضی یا همه‌ی داده‌هایش موجود نیست با شاخصی در واحد تصمیم‌گیرنده که تمامی داده‌هایش در اختیار است، استفاده نمودند. سپس به کمک رگرسیون خطی، بازه‌ای کراندار برای داده‌هایی که موجود نیستند، تخمین زدند. لذا مبحث *DEA* با داده‌های غیرقطعی به‌صورت گسترده‌ای مطرح شد و بیش‌تر شامل موقعیت‌هایی که مقادیر داده‌ها به‌صورت بازه‌ای و یا ترتیبی بودند می‌شد، که با عنوان *IDEA*[1] شناخته می‌شوند. کوک و همکاران [11]، روشی برای تعیین کارایی توسط مدل‌های *DEA* در حالتی که تنها یکی از ورودی‌ها به‌صورت ترتیبی بود، ارایه نمودند. سپس آن‌ها بحث خود را گسترش داده و چندین ورودی را در مدل خود به‌صورت ترتیبی درنظر گرفتند [12]. شاید بتوان گفت بحث عمده و اساسی در *IDEA* توسط کوپر و همکاران [13] انجام گرفت، بحث عمده و اساسی در مورد *DEA* با داده‌های غیرقطعی توسط کوپر و همکاران انجام گرفت، آن‌ها با استفاده از مفهوم ناحیه اطمینان در مدل‌های *DEA*، روشی را برای پرداختن به موقعیت‌هایی که در آن‌ها داده‌ها به‌صورت بازه‌ای می‌باشند، ارایه دادند. مدل *DEA* که آن‌ها تحت عنوان *IDEA* ارایه دادند یک مساله برنامه‌ریزی غیرخطی بود که آن را از طریق مجموعه‌ای از تبدیل معیارها و تغییر متغیرها به یک مدل برنامه‌ریزی خطی معادل، تبدیل می‌کرد. امتیاز کارایی که با حل این مدل برای هر واحد حاصل می‌شد یک مقدار عددی قطعی کم‌تر یا مساوی یک بود. کیم و همکاران [14] یک مدل غیرخطی را برای مباحث *DEA* با داده‌های غیرقطعی که فقط شامل داده‌های ترتیبی بود و بازه‌ای را شامل نمی‌شد، ارایه دادند. لی و همکاران [15] بحث *IDEA* را به مدل جمعی *DEA* توسعه و تعمیم دادند. مدلی که توسط کوپر و همکاران برای مبحث *DEA* با داده‌های بازه‌ای ارایه شد، به‌دلیل وجود تعداد زیاد تبدیل‌ها و تغییر متغیرها، پیچیده بود. دسپوتیس و همکاران [16] نیز بحث *DEA* با داده‌های بازه‌ای را موردبررسی قرار دادند ولی آن‌ها برای خطی‌کردن مدل خود فقط از تبدیل متغیر استفاده کردند؛ لذا مدل آن‌ها نسبت به مدل کوپر ساده‌تر گردید. آن‌ها جفت مدل‌هایی را برای تعیین کارایی هر *DMU* ارایه نمودند. امتیازات کارایی که برای هر واحد به‌دست می‌آید به‌صورت بازه‌ای است. در مدل‌های ارایه‌شده برای تعیین کارایی هر *DMU* از مرزهای کارای متفاوتی استفاده می‌شود.

انتانی و همکاران [17] مدل *DEA* ارایه نمودند که به کمک آن، کارایی‌های بازه‌ای برای هر *DMU* از دو دیدگاه خوش‌بینانه و بدبینانه مورد محاسبه قرار می‌گرفت. مدل آن‌ها ابتدا برای داده‌های قطعی قابل اجرا بود ولی سپس آن‌ها مدل خود را توسعه دادند که شامل داده‌های بازه‌ای و فازی نیز شد. ایراد مدل آن‌ها این بود که فقط یک ورودی و یک خروجی را درنظر می‌گرفت و علاوه بر آن مدل آن‌ها مرزهای کارای متفاوتی (مجموعه محدودیت‌های مختلفی) را برای اندازه‌گیری بازه‌های کارایی *DMUs* مختلف به‌کار می‌برد. یک تفاوت مهم و تعیین‌کننده‌ای که بین مدل آن‌ها و سایر مدل‌های *DEA* بازه‌ای وجود دارد این است که آن‌ها در مدل خود، بدترین کارایی نسبی ممکن برای هر *DMU* را در بدترین شرایط ممکن برای آن *DMU* محاسبه کرده و به‌عنوان کران پایین کارایی *DMU* را درنظر می‌گرفتند. حال آن که مدل‌های دیگر بهترین (ماکزیمم) کارایی نسبی ممکن برای هر *DMU* را در بدترین شرایط ممکن برای آن *DMU*، محاسبه نموده و به‌عنوان کران پایین بازه‌ی کارایی آن *DMU* درنظر می‌گرفتند. جهان‌شاهلو و همکاران [20–18] بر روی مباحث برگشت به معیار، تجزیه وتحلیل حساسیت، پایداری و کارایی *FDH* در *DEA* بازه‌ای بحث کردند. وانگ و همکاران [21] جفت مدل‌های *DEA* بازه‌ای را ارایه دادند که کمبودها و نارسایی‌هایی که مدل‌های قبل داشتند را تا حدودی جبران می‌کرد. همان‌طور که بیان شد مدل انتانی و همکاران، قادر بود ترکیبی از داده‌های بازه‌ای، قطعی یا فازی را شامل شود ولی تنها یک ورودی و یک خروجی داشت. مدل‌های دیگر در این زمینه فقط داده‌های بازه‌ای را شامل می‌شدند. هم‌چنین مدل‌هایی که بیان می‌شد، برای تعیین بازه‌ی کارایی هر *DMU*، از مجموعه محدودیت‌های مختلف و مرزهای کارایی متفاوت استفاده می‌کرد که در مدل وانگ این گونه نبود. در واقع مدلی که توسط وانگ و همکاران ارایه شد، قادر بود هم‌زمان ترکیبی از داده‌های قطعی، بازه‌ای و فازی را بدون محدودیت در تعداد ورودی‌ها و خروجی‌های به‌کار ببرد و هم‌چنین از یک مجموعه محدودیت یکسان برای تعیین بازه کارایی *DMUs* مختلف استفاده کند. یکی از مساله‌هایی که در سال‌های اخیر در *DEA* مطرح می‌شود مساله تخمین خروجی‌هاست که اولین‌بار توسط وی و همکاران [22] مطرح شد. به این صورت که اگر در یک *DMU* ورودی‌ها

[1] Imprecise DEA

را به میزان معینی افزایش دهیم و بخواهیم کارایی ثابت بماند چه مقدار خروجی باید تولید کنیم که مدل ارایه‌شده برای پاسخ به این سوال، مدل *DEA* معکوس[1] بوده است. آن‌ها در مدل خود فرض نمودند که با افزایش سطوح ورودی، میزان کارایی *DMU* ثابت می‌ماند و سپس به تخمین خروجی‌ها پرداختند. آن‌ها مساله *DEA* معکوس را به یک مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه تبدیل نموده و نشان دادند که در بعضی موارد خاص، مساله *DEA* معکوس می‌تواند ساده شود و تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی تک هدفه شود. یان و همکاران [23] نتایج به‌دست آمده از مقاله وی و همکاران را با استفاده از نسبت *DEA* مخروطی توسعه و گسترش دادند. به عبارت دیگر آن‌ها مساله *DEA* معکوس با ساختار نسبت مخروطی را موردبررسی قرار دادند. مفاهیم مخروط نسبت، ترجیحات تصمیم‌گیرندگان یا سیاست‌های از پیش تعیین‌شده در مورد اهمیت نسبی واحدهای ورودی و خروجی مختلف را ارایه می‌کرد. عیبی که مدل ترکیبی حاصل از مخروط ترجیحات و *DEA* معکوس دارد پیچیدگی‌های زیاد مدل از جنبه ریاضی مدل بود. هم‌چنین آن‌ها سطح کارایی *DMU* را ثابت فرض کرده و بهبود آن را درنظر نگرفتند. همان‌طور که بیان شد، مدل‌های *DEA* معکوس که توسط وی و همکاران [22] مطرح شد، با فرض ثابت‌ماندن کارایی به تخمین سطوح خروجی به هنگام افزایش سطوح ورودی می‌پرداخت. جهانشاهلو و همکاران [18] مدل ارایه‌شده توسط یان را گسترش داده و مساله تخمین خروجی‌ها به هنگام افزایش سطوح ورودی را با فرض بهبود سطح کارایی *DMU* مورد نظر، مورد بحث قرار دادند. فروغی و هادی‌ونچه [2] طی مقاله‌ای یک مدل کلی برای مساله‌های تخمین ورودی‌ها/خروجی‌ها ارایه دادند. در حقیقت آنچه تاکنون به آن پرداخته شده بود، فقط افزایش در سطوح ورودی و خروجی بود، در حالی که بعضی واحدها ممکن است درنظر داشته باشند که علاوه بر افزایش سطوح ورودی/خروجی، بعضی سطوح ورودی/خروجی خود را کاهش دهند. این مبحث نسبت به مباحث قبلی کلی‌تر می‌باشد.

فروغی و ونچه در مقاله خود تغییرات دلخواه (افزایش یا کاهش) در سطوح ورودی (خروجی) را درنظر گرفته و یک مدل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه *MOLP* را برای تخمین سطوح خروجی (ورودی) پیشنهاد دادند. وی و همکاران به منظور تخمین سطوح خروجی (ورودی) یک مدل *MOLP* را برای هنگامی که *DMU* تحت ارزیابی ناکاراست و نیز یک مدل برنامه‌ریزی خطی *LP* را برای *DMU* با کارایی ضعیف ارایه دادند؛ ولی مدلی که فروغی و ونچه ارایه دادند، نیاز به این طبقه‌بندی ندارد و قادر است سطوح ورودی و خروجی را بدون درنظر گرفتن نوع کارایی *DMU* (کارای قوی، کارای ضعیف و ناکارا) تخمین بزند. هم‌چنین آن‌ها در مقاله خود نشان دادند که مدل تخمین ورودی/خروجی که وی و همکاران ارایه دادند همیشه پاسخ صحیح را نمی‌دهد و اثبات نمودند که در مدل تخمین ورودی‌ها یعنی محدودیت $\alpha_0 \geq x_0$ که در آن α_0 بردار ورودی‌های جدید و x_0 بردار ورودی‌های قبلی است و محدودیت $\beta_0 \geq y_0$ که در آن بردار خروجی‌های جدید و بردار خروجی‌های قبلی است، باید حذف شود. در واقع آن‌ها یک مدل کلی برای تخمین سطوح ورودی/خروجی ارایه دادند. همان‌طور که می‌دانیم، از مدل‌های *DEA* می‌توان برای تخمین سطوح خروجی (ورودی) یک واحد تصمیم‌گیرنده، هنگامی که همه یا بعضی از سطوح ورودی (خروجی) اش افزایش می‌یابد با فرض ثابت ماندن کارایی و یا بهبود کارایی بهره ببرد. حسین زاده لطفی و همکاران [1] این ایده را برای داده‌های بازه‌ای گسترش و تعمیم دادند. آن‌ها تحلیل پوششی داده‌ها، *DEA* را با داده‌های بازه‌ای به‌کار بردند، تا تعیین کنند که هنگام افزایش سطوح ورودی چه مقدار خروجی باید تولید کنند تا سطوح کارایی *DMU* مورد نظر ثابت بماند و یا بهبود مورد نظر تصمیم‌گیرنده حاصل شود. برای تخمین سطوح خروجی دو مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه ارایه دادند که با حل آن سطوح خروجی یا به عبارتی کران‌های بالا و پایین بازه‌های جدید سطوح خروجی را تخمین زدند. در واقع آن‌ها مدل ارایه شده توسط دسپوتیس و اسمیرلیس [16] در زمینه تعیین کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با داده‌های بازه‌ای را با مدل *DEA* معکوسی که توسط وی و همکاران [22] ارایه شده بود را ترکیب کرده و مدل جدیدی را برای تخمین سطوح خروجی واحدهای تصمیم‌گیرنده با داده‌های بازه‌ای، به هنگام افزایش سطوح ورودی با فرض ثابت ماندن یا بهبود کارایی ارایه دادند.

۲- مدل کلی برای تخمین سطوح خروجی در DEA با داده‌های بازه‌ای

فرض کنید n واحد تصمیم‌گیرنده به‌صورت $\{DMU_j; j = 1, \dots, n\}$ موجود است، که هر کدام از m ورودی جهت تولید s خروجی استفاده می‌کنند. مقادیر داده‌های ورودی و خروجی واحدهای تصمیم‌گیرنده به‌صورت بازه‌های کراندار می‌باشد یعنی مقدار دقیق داده‌ها در اختیار نیست و به جای آن کران بالا و پایین هر داده تعیین شده است؛ به طوری که برای DMU_j $(j=1,\dots,n)$ داریم $x_{ij}^l \leq x_{ij} \leq x_{ij}^U$ $(i=1,\dots,m)$ یا به عبارت دیگر $x_{ij} \in [x_{ij}^l, x_{ij}^U]; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$ و نیز $y_{rj}^L \leq y_{rj} \leq y_{rj}^U$ یا به عبارت دیگر $y_{rj} \epsilon [y_{rj}^L, y_{rj}^U]; r = 1, \dots s; j =$ $1, \dots, n$، که در آن x_{ij}^L، y_{rj}^L کران‌های پایین بازه‌ها و x_{ij}^U، y_{rj}^U کران‌های بالای بازه‌ها می‌باشند نیز، مقادیر آن‌ها ثابت و اکیدا مثبت فرض می‌شود

---

[1] Inverse DEA

و همیشه $x_{ij}^{L} \leq x_{ij}^{U}$ ، $y_{rj}^{L} \leq y_{rj}^{U}$ و اگر داشته باشیم $x_{ij}^{l} = x_{ij}^{U}$، آن‌گاه ith ورودی jth واحد تصمیم‌گیرنده دارای مقدار دقیق و معینی است. واحد تحت ارزیابی pth یعنی DMU_P را درنظر بگیرید. فرض می‌شود که ورودی‌های این واحد یا به عبارت دیگر کران‌های پایین و بالای ورودی‌های DMU_P یعنی x_{ip}^{L} و x_{ip}^{U} ($i=1,...m$) به‌ترتیب به میزان Δx_{ip}^{L} و Δx_{ip}^{U} ($i=1,...,m$) تغییر(افزایش یا کاهش) یافته‌اند. لذا مقادیر جدید ورودی DMU_P به‌صورت $\alpha_{ip}^{L} = x_{ip}^{L} + \Delta x_{ip}^{L};\ i = 1,\ldots,m$ و $\alpha_{ip}^{U} = x_{ip}^{U} + \Delta x_{ip}^{U};\ i = 1,\ldots,m$ خواهد بود یا به عبارت دیگر مقادیر ورودی جدید به‌صورت بازه‌ی کراندار $[\alpha_{ip}^{L}, \alpha_{ip}^{U}]$ ، $i=1,...,m;$ می‌باشد. در این صورت درنظر داریم مقادیر جدید خروجی DMU_P را با فرض ثابت ماندن کارایی و نیز بهبود سطح کارایی DMU_P تخمین بزنیم. چون داده‌ها بازه‌ای می‌باشند مقادیر جدید خروجی را به‌صورت بازه‌های کراندار $[\beta_{rp}^{L}, \beta_{rp}^{U}]$ $r=1,...,s;$ که توسط جفت مدل‌های زیر که با استفاده از مدل‌های DEA بازه‌ای ارایه شده توسط اسمیرلیس و دسپوتیس [16] و مدل کلی تخمین خروجی‌ها توسط فروغی و ونچه [2] تخمین می‌زنیم.

$$\begin{aligned}
&Max\ \beta_{p}^{L}=\left(\beta_{1p}^{L},\beta_{2p}^{L},\ldots\ldots,\beta_{sp}^{L}\right),\\
&s.t.\\
&\quad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq p}}^{n}\lambda_{j}x_{ij}^{L}+\lambda_{p}x_{ip}^{U}\leq\alpha_{ip}^{U},\quad i=1,\ldots,m,\\
&\quad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq p}}^{n}\lambda_{j}y_{rj}^{U}+\lambda_{p}y_{rp}^{L}\leq\left(1-\frac{\eta}{100}\right)^{*L}\beta_{rp}^{L},\quad r=1,\ldots,s,\\
&\quad \lambda_{j}\geq 0,\quad j=1,\ldots,n.
\end{aligned} \tag{۱}$$

و

$$\begin{aligned}
&Max\ \beta_{p}^{L}=\left(\beta_{1p}^{L},\beta_{2p}^{L},\ldots\ldots,\beta_{sp}^{L}\right),\\
&s.t.\\
&\quad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq p}}^{n}\lambda_{j}x_{ij}^{U}+\lambda_{p}x_{ip}^{L}\leq\alpha_{ip}^{L},\quad i=1,\ldots,m,\\
&\quad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq p}}^{n}\lambda_{j}y_{rj}^{L}+\lambda_{p}y_{rp}^{U}\leq\left(1-\frac{\eta}{100}\right)f^{*U}\beta_{rp}^{U},\quad r=1,\ldots,s,\\
&\quad \lambda_{j}\geq 0,\quad j=1,\ldots,n.
\end{aligned} \tag{۲}$$

مقادیر $\varnothing_{*}^{L}$ و $\varnothing_{*}^{U}$ مقادیر کارایی هستند که با حل جفت مدل‌های ارایه شده توسط دسپوتیس و اسمیرلیس [16] به‌دست می‌آید. **مدل (۱)** و **مدل (۲)** مدل‌های خطی چندهدفه می‌باشند که برای حل آن‌ها می‌توان به کمک روش‌های تصمیم‌گیری و استفاده از نظرات افراد تصمیم‌گیرنده به هر شاخص خروجی وزنی را که نشان‌دهنده ارزش و اهمیت آن شاخص می‌باشد ارایه داد [24]، [25] و سپس با استفاده از مجموع موزون تابع هدف را به‌صورت خطی نوشت. فرض کنید که w_r ; $r=1,...s$ وزن‌های اختصاص‌داده شده به هر شاخص خروجی باشند. در این صورت توابع هدف **مدل (۱)** و **مدل (۲)** را به‌ترتیب می توان به‌صورت $\sum_{r=1}^{s} w_r\beta_{rp}^{L}$ و $\sum_{r=1}^{s} w_r\beta_{rp}^{U}$ نوشت.

۳- مدل کلی برای تخمین سطوح ورودی در DEA با داده‌های بازه‌ای

مدل مضربی CCR خروجی محور با داده‌های بازه‌ای به‌صورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned}
&Max\ \sum_{r=1}^{s}u_{r}\left[y_{rp}^{l},y_{rp}^{u}\right],\\
&s.t.\\
&\quad \sum_{i=1}^{m}v_{i}\left[x_{ip}^{l},x_{ip}^{u}\right]=1,\\
&\quad \sum_{r=1}^{s}u_{r}\left[y_{rp}^{l},y_{rp}^{u}\right]-\sum_{i=1}^{m}v_{i}\left[x_{ip}^{l},x_{ip}^{u}\right]\leq 0,\\
&\quad u_{r},v_{i}\geq 0,\quad r=1,\ldots,s,\quad i=1,\ldots,m.
\end{aligned} \tag{۳}$$

با اعمال تغییر متغیرهایی مشابه با تغییر متغیرهایی که دسپوتیس و اسمیرلیس [16] به‌کاربردند، **مدل غیر خطی (۳)** را می‌توان به‌صورت **مدل خطی (۴)** نوشت.

$$Max \sum_{r=1}^{s}\left[u_r y_{rp}^{l} + P_{rp}\left(y_{rp}^{u} - y_{rp}^{l}\right)\right],$$
$$s.t.$$
$$\sum_{i=1}^{m}\left[v_i x_{ip}^{l} + q_{rp}\left(x_{ip}^{u} - x_{ip}^{l}\right)\right] = 1,$$
$$\sum_{r=1}^{s}\left[u_r y_{rp}^{l} + P_{rj}\left(y_{rp}^{u} - y_{rp}^{l}\right)\right] - \sum_{i=1}^{m}\left[v_i x_{ip}^{l} + q_{ij}\left(x_{ip}^{u} - x_{ip}^{l}\right)\right] \le 0,$$
$$q_{ij} \le v_i; i = 1,\dots,m; j = 1,\dots,n,$$
$$P_{rj} \le u_r; r = 1,\dots,s; j = 1,\dots,n,$$
$$P_{rj}, q_{ij}, u_r, v_i \ge 0; r = 1,\dots,s; i = 1,\dots,m; j = 1,\dots,n. \quad (۴)$$

حل این مساله‌ی برنامه‌ریزی خطی تا حدودی دشوار است؛ چراکه **مدل (۵)** و **مدل (٦)** را برای تعیین کران‌های پایین و بالای کارایی به‌ترتیب مورد استفاده قرار می‌گیرد.

$$Max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^{L},$$
$$s.t.$$
$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^{U} = 1,$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^{U} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{L} \le 0, \quad j = 1,\dots,n; j \ne p,$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^{L} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^{U} \le 0,$$
$$u_r \ge 0, \quad r = 1,\dots,s,$$
$$v_i \ge 0, \quad i = 1,\dots,m. \quad (۵)$$

و

$$Max \sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^{U},$$
$$s.t.$$
$$\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^{L} = 1,$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj}^{L} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij}^{U} \le 0, \quad j = 1,\dots,n, \quad j \ne p,$$
$$\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rp}^{U} - \sum_{i=1}^{m} v_i x_{ip}^{L} \le 0,$$
$$v_i \ge 0, \quad i = 1,\dots,m,$$
$$u_r \ge 0, \quad r = 1,\dots,s,$$
$$\lambda_j \ge 0, \quad j = 1,\dots,n. \quad (۶)$$

دوگان **مدل (۵)** و **مدل (٦)**، **مدل (۷)** و **مدل (۸)** می‌باشند.

$$Min\ \theta^{L} = \theta,$$
$$s.t.$$
$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\ne p}}^{n} \lambda_j x_{ij}^{L} + \lambda_p x_{ip}^{L} \le \theta x_{ip}^{U}, \quad i = 1,\dots,m,$$
$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\ne p}}^{n} \lambda_j y_{rj}^{U} + \lambda_p y_{rp}^{L} \ge y_{rp}^{L}, \quad r = 1,\dots,s,$$
$$\lambda_j \ge 0, \quad j = 1,\dots,n. \quad (۷)$$

و

$$Min\ \theta^{U} = \theta,$$
$$s.t.$$
$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\ne p}}^{n} \lambda_j x_{ij}^{U} + \lambda_p x_{ip}^{L} \le \theta x_{ip}^{L} : i = 1,\dots,m,$$
$$\sum_{\substack{j=1 \\ j\ne p}}^{n} \lambda_j y_{rj}^{L} + \lambda_p y_{rp}^{U} \ge y_{rp}^{U} : r = 1,\dots,s,$$
$$\lambda_j \ge 0 : j = 1,\dots,n. \quad (۸)$$

واحد تحت ارزیابی pth یعنی DMU_P را درنظر بگیرید. فرض می‌شود که خروجی‌های این واحد یا به عبارت دیگر کران‌های پایین و بالای خروجی‌های DMU_P یعنی y_{rp}^L و y_{rp}^U ($r=1,\ldots,s$) به‌ترتیب به میزان Δy_{rp}^L و Δy_{rp}^U ($r=1,\ldots,s$) تغییر یافته‌اند، لذا مقادیر جدید خروجی DMU_P به‌صورت $\beta_{rp}^L = y_{rp}^L + \Delta y_{rp}^L; r=1,\ldots,s$ و $\beta_{rp}^U = y_{rp}^U + \Delta y_{rp}^U; r=1,\ldots,s$ خواهد بود یا به عبارت دیگر مقادیر خروجی جدید به‌صورت بازه‌ی کراندار $\left[\beta_{rp}^L, \beta_{rp}^U\right]$ ،$r=1,\ldots,s;$ است. در این صورت درنظر داریم مقادیر جدید ورودی DMU_P را با فرض ثابت ماندن کارایی و نیز بهبود سطح کارایی DMU_P تخمین بزنیم [26]. چون داده‌ها بازه‌ای می‌باشند مقادیر جدید ورودی را به‌صورت بازه‌های کراندار $\left[\alpha_{ip}^L, \alpha_{ip}^U\right]$ ،$i=1,\ldots,m;$ توسط جفت **مدل (۹)** و **مدل (۱۰)** که با استفاده از **مدل (۷)** و **مدل (۸)** و مدل کلی تخمین خروجی‌ها توسط فروغی و ونچه [2] تخمین می‌زنیم.

$$
\begin{aligned}
&Min\ \alpha_p^L = \left(\alpha_{1p}^L, \alpha_{2p}^L, \ldots, \alpha_{mp}^L\right),\\
&s.t.\\
&\quad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq p}}^{n} \lambda_j x_{ij}^L + \lambda_p x_{ip}^U \leq \left(1+\frac{\delta}{100}\right)\theta_*^L \alpha_{ip}^U, \quad i=1,\ldots,m,\\
&\quad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq p}}^{n} \lambda_j y_{rj}^U + \lambda_p y_{rp}^L \leq \beta_{rp}^L, \quad r=1,\ldots,s,\\
&\quad \lambda_j \geq 0, \quad j=1,\ldots,n.
\end{aligned} \tag{۹}
$$

و

$$
\begin{aligned}
&Min\ \alpha_p^U = \left(\alpha_{1p}^U, \alpha_{2p}^U, \ldots, \alpha_{mp}^U\right),\\
&s.t.\\
&\quad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq p}}^{n} \lambda_j x_{ij}^U + \lambda_p x_{ip}^L \leq \left(1+\frac{\delta}{100}\right)\theta_*^U \alpha_{ip}^L, \quad i=1,\ldots,m,\\
&\quad \sum_{\substack{j=1\\ j\neq p}}^{n} \lambda_j y_{rj}^L + \lambda_p y_{rp}^U \leq \beta_{rp}^U, \quad r=1,\ldots,s,\\
&\quad \lambda_j \geq 0, \quad j=1,\ldots,n.
\end{aligned} \tag{۱۰}
$$

مدل (۹) و **مدل (۱۰)** مدل‌های خطی چندهدفه می‌باشند که برای حل آن‌ها می‌توان به کمک روش‌های تصمیم‌گیری و استفاده از نظرات افراد تصمیم‌گیرنده به هر شاخص خروجی وزنی را که نشان دهنده ارزش و اهمیت آن شاخص می‌باشد، ارایه داد و سپس با استفاده از مجموع موزون تابع هدف را به‌صورت خطی نوشت. فرض کنید که $w_i\ ; i=1,\ldots,m$ وزن‌های اختصاص داده شده به هر شاخص خروجی باشند. در این صورت توابع هدف را به‌ترتیب می‌توان به‌صورت $\sum_{i=1}^{m} w_i \alpha_{ip}^L$ و $\sum_{i=1}^{m} w_i \alpha_{ip}^U$ نوشت. مقادیر θ_*^L و θ_*^U به‌ترتیب کران‌های پایین و بالای کارایی DMU_p است که به‌ترتیب توسط مدل‌های فوق به‌دست می‌آید.

۴- مطالعه موردی

برای مطالعه موردی ۲۴ شعبه از شعب بانک سامان در سطح تهران درنظر گرفته شده است. چهار شاخص هزینه‌ها، مطالبات معوق، پرداخت‌های انگیزشی و خدمات الکترونیکی به‌عنوان شاخص‌های ورودی و چهار شاخص میزان جذب مشتری جدید، درآمدها، سپرده‌ها، و بهره‌وری $ATM\ s$ به‌عنوان شاخص‌های خروجی، برای هریک از شعب تحت بررسی درنظر گرفته شد. داده‌های هریک از این شاخص‌ها به‌صورت بازه‌ای فرض می‌شود. با حل مدل‌های فوق و میزان کران‌های بالا و پایین کارایی ورودی محور هریک از این شعب در مقایسه بایکدیگر تعیین شد که در **جدول ۱** نشان داده شده است. با توجه به روش‌های مطرح شده می‌توان گفت که واحدهای ۱، ۳، ۷، ۸، ۹، ۱۳، ۱۶، ۱۸، ۲۱، ۲۳ و ۲۴ کارا می‌باشند. واحدهای ۲، ۵، ۱۰، ۱۲، ۱۴، ۱۷ ، ۱۹ و ۲۰ ناکارا می‌باشند و در کارا یا ناکارا بودن بقیه‌ی واحدها نمی‌توان به طور دقیق اظهار نظر نمود.

مدل (۹) را برای واحد تحت ارزیابی دوم که یک واحد ناکارا است، می‌توان به‌صورت **مدل (۱۱)** نوشت. پارامتر ۰/۵۲۹۸۷ میزان کران بالای کارایی، پارامترهای ۱۳۰۰۰، ۱۴۵/۹۰، ۱۷۳۲و ۱۵۱۱۰ مقادیر کران‌های پایین ورودی و پارامترهای ۳۳۰۰، ۴۹۵۱۳۰/۹۰، ۴۴۷۲ و ۱۵۳/۹۵ مقادیر کران‌های بالای کارایی DMU_2 می‌باشند. شاخص خروجی میزان جذب مشتری جدید را درنظر گرفته و مقادیر آن (کران

پایین و بالای بازه) را افزایش می‌دهد. **شکل ۱** تا **شکل ۴** روند تغییرات کران‌های پایین ورودی‌ها را به ازای تغییر در کران بالای خروجی این شاخص با ثابت ماندن میزان کران پایین کارایی نشان می‌دهند. همان‌طور که انتظار می‌رود چون مقدار خروجی افزایش می‌یابد و فرض بر این است که میزان کارایی ثابت بماند، لذا برآیند ورودی‌ها افزایش می‌یابد که این روند در شکل‌ها مشاهده می‌شود.

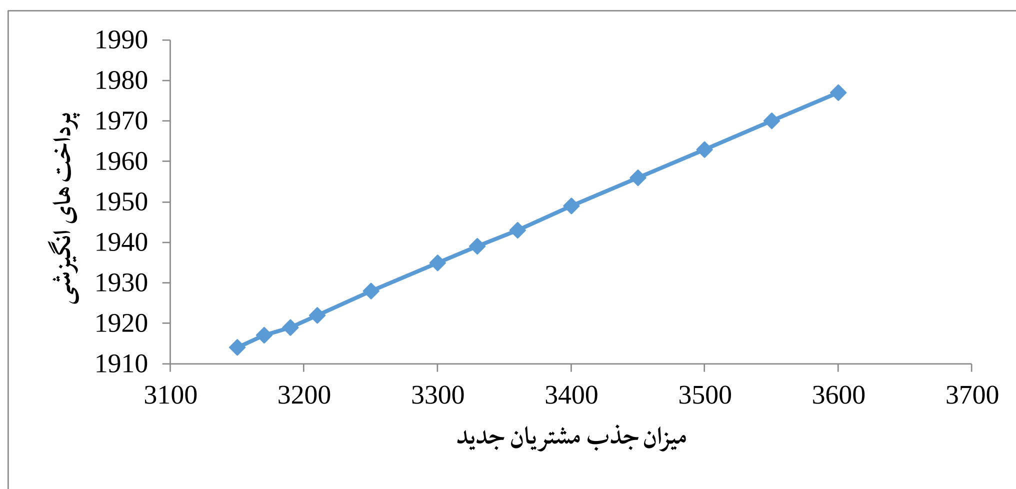
$$
\begin{aligned}
& Min\, w_1\alpha_{12}^L + w_1\alpha_{22}^L + w_1\alpha_{32}^L + w_1\alpha_{42}^L, \\
& s.t. \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j x_{1j}^U + 13000\lambda_2 \le 0.52987\alpha_{12}^L, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j x_{2j}^U + 145.90\lambda_2 \le 0.52987\alpha_{22}^L, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j x_{3j}^U + 1732\lambda_2 \le 0.52987\alpha_{32}^L, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j x_{4j}^U + 15110\lambda_2 \le 0.52987\alpha_{42}^L, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j y_{1j}^L + 3300\lambda_2 \le \beta_{12}^U, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j y_{2j}^L + 495130.90\lambda_2 \le \beta_{22}^U, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j y_{3j}^L + 4472\lambda_2 \le \beta_{32}^U, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j y_{4j}^L + 153.95\lambda_2 \le \beta_{42}^U, \\
& \lambda_j \ge 0, \quad j = 1,\ldots,24.
\end{aligned}
\qquad (۱۱)
$$

جدول ۱ - میزان کارایی بالا و پایین شعب تحت ارزیابی با داده‌های بازه‌ای.

Table 1- The level of high and low efficiency of branches under evaluation with interval data.

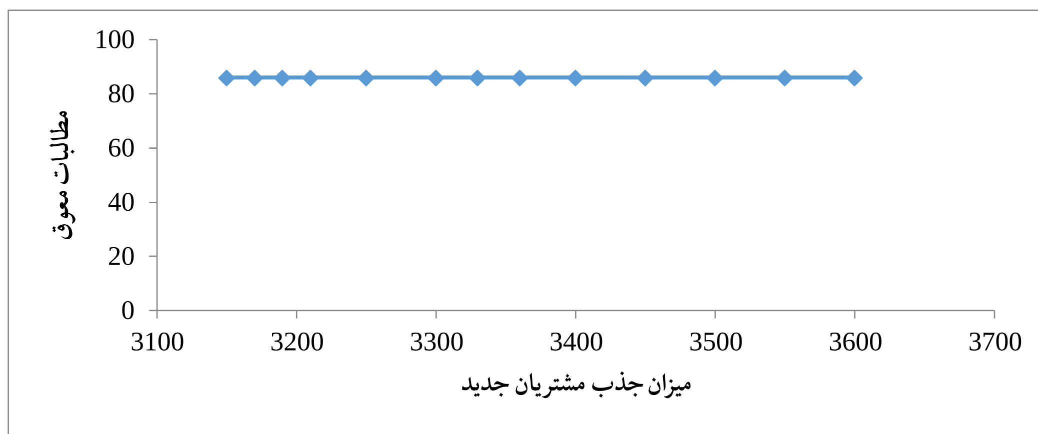
نام شعبه‌ی تحت ارزیابی	$[\theta_*^L,\theta_*^U]$	نام شعبه‌ی تحت ارزیابی	$[\theta_*^L,\theta_*^U]$
آفریقا	[1,1]	ایران زمین	[1,1]
مرکزی	[0.47904,0.52987]	یافت آباد	[0.68958,0.74113]
باغ فردوس	[1,1]	پل رومی	[0.67796,1]
پاسداران	[0.99629,1]	آفریقای شمالی	[1,1]
بازار	[0.93980,0.96094]	جام جم	[0.84194,0.90133]
صادقیه	[0.90702,1]	پیروزی	[1,1]
اقدسیه	[1,1]	ولنجک	[0.88034,0.89934]
میرداماد	[1,1]	آذربایجان	[0.81120,0.82897]
فاطمی	[1,1]	شهرک اکباتان	[1,1]
سعادت آباد	[0.79352,0.90709]	آرژانتین	[0.93997,1]
جنت آباد	[0.83455,1]	قیطریه	[1,1]
دولت	[0.73008,0.76456]	سی تیر	[1,1]

توکلی مقدم / مطالعات راهبردی مالی و بانکی، دوره ۱، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۲، صفحه: ۲۷۱-۲۵۸



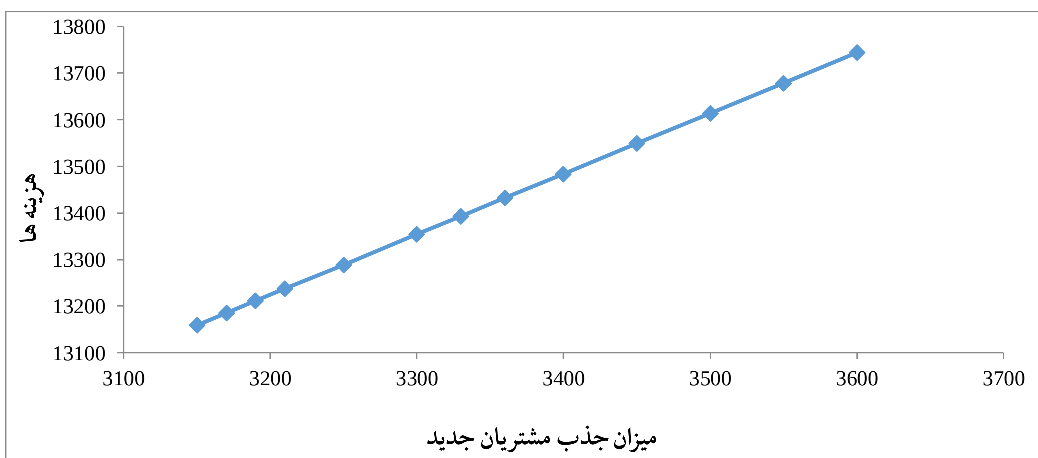
شکل ۱- روند تغییرات کران پایین شاخص هزینه‌ها در ازای افزایش کران بالای شاخص خروجی میزان جذب مشتریان جدید.

Figure 1- The trend of changes in the lower limit of the cost index in exchange for the increase in the upper limit of the output index of the rate of attracting new customers.



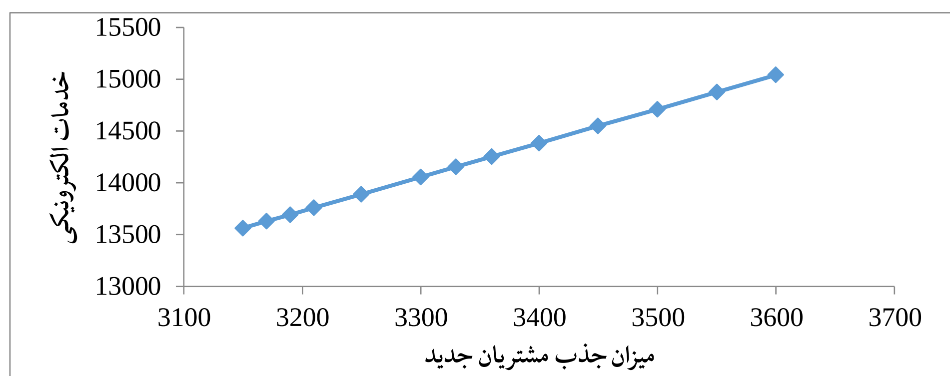
شکل ۲- روند تغییرات کران پایین شاخص مطالبات معوق در ازای افزایش کران بالای شاخص خروجی میزان جذب مشتریان جدید.

Figure 2- The trend of changes in the lower limit of the outstanding claims index in exchange for the increase of the upper limit of the output index of the rate of attracting new customers.



شکل ۳- روند تغییرات کران پایین شاخص پرداخت های انگیزشی در ازای افزایش کران بالای شاخص خروجی میزان جذب مشتریان جدید.

Figure 3- The trend of changes in the lower limit of the incentive payments index in exchange for increasing the upper limit of the output index of attracting new customers.



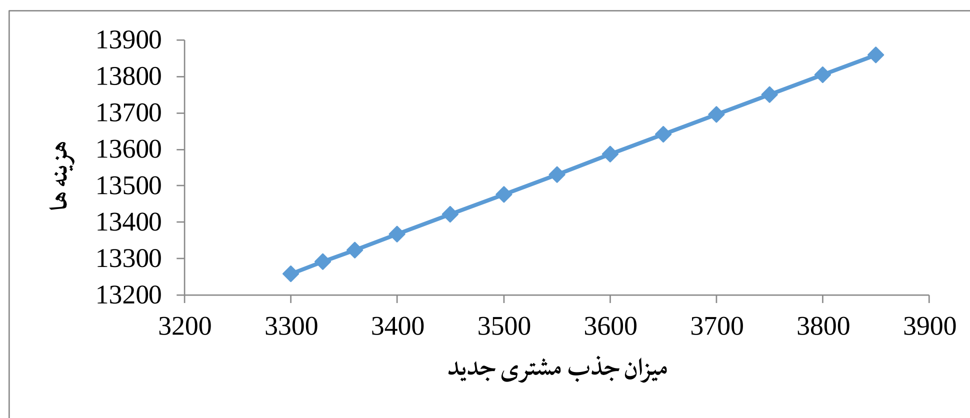
شکل ۴- روند تغییرات کران پایین شاخص خدمات الکترونیکی در ازای افزایش کران بالای شاخص خروجی میزان جذب مشتریان جدید.

Figure 4- The trend of changes in the lower limit of the electronic service index in exchange for the increase in the upper limit of the output index of the rate of attracting new customers.

$$
\begin{aligned}
& Min\, w_1\alpha_{12}^{U} + w_1\alpha_{22}^{U} + w_1\alpha_{32}^{U} + w_1\alpha_{42}^{U}, \\
& S.t. \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j x_{1j}^{L} + 14000\lambda_2 \le 0.47904\alpha_{12}^{U}, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j x_{2j}^{U} + 149\lambda_2 \le 0.47904\alpha_{22}^{U}, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j x_{3j}^{U} + 1734.40\lambda_2 \le 0.47904\alpha_{32}^{U}, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j x_{4j}^{U} + 15170\lambda_2 \le 0.47904\alpha_{42}^{U}, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j y_{1j}^{L} + 3150\lambda_2 \le \beta_{12}^{L}, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j y_{2j}^{L} + 495110.80\lambda_2 \le \beta_{22}^{L}, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j y_{3j}^{L} + 4459\lambda_2 \le \beta_{32}^{L}, \\
& \sum_{\substack{j=1\\ j\neq 2}}^{24} \lambda_j y_{4j}^{L} + 1151.70\lambda_2 \le \beta_{42}^{L}, \\
& \lambda_j \ge 0;\ j = 1,\dots,24.
\end{aligned}
\qquad (۱۲)
$$

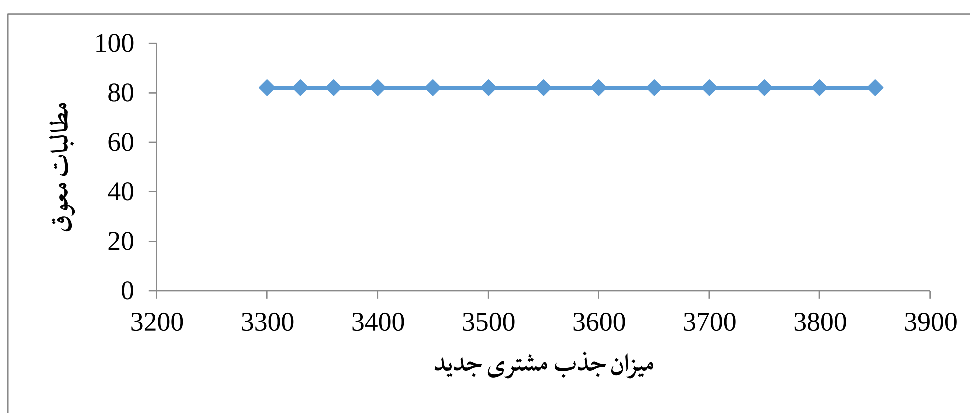
مدل (۱۰) را برای واحد تحت ارزیابی دوم که یک واحد ناکارا است، می‌توان به‌صورت **مدل (۱۲)** نوشت.

β_{12}^{L}، β_{22}^{L}، β_{32}^{L} و β_{42}^{L} مقادیر جدید خروجی برای واحد تحت ارزیابی دوم که یک واحد ناکارا است β_{12}^{L}، β_{22}^{L}، β_{32}^{L} و β_{42}^{L} مقادیر جدید خروجی می‌باشند که توسط فرد تصمیم‌گیر تعیین می‌شود لذا در اختیار می‌باشد و α_{12}^{U}، α_{22}^{U}، α_{32}^{U} و α_{42}^{U} بیش‌ترین مقدار ورودی‌های ممکن می‌باشند که واحد تحت ارزیابی می‌تواند برای تولید خروجی‌های مورد نظر تصمیم‌گیر مصرف کند، که توسط مدل تخمین زده می‌شوند. پارامتر ۰/۴۷۹۰۴ میزان کران پایین کارایی، پارامترهای ۱۴۰۰۰، ۱۴۹، ۱۷۳۴/۴۰ و ۱۵۱۷۰ مقادیر کران‌های بالای ورودی و پارامترهای ۳۱۵۰، ۴۹۵۱۱۰/۸۰، ۴۴۵۹ و ۱۱۵۱/۷۰ کران‌های پایین خروجی برای DMU_2 می‌باشد. **شکل ۵** تا **شکل ۸** روند تغییرات کران‌ها بالای ورودی‌ها را به ازای تغییر در کران پایین شاخص خروجی میزان جذب مشتری جدید با فرض ثابت ماندن میزان کران پایین کارایی نشان می‌دهند. همانطور که انتظار می‌رود چون مقدار خروجی افزایش می‌یابد و فرض بر این است که میزان کارایی ثابت بماند لذا برآیند ورودی‌ها افزایش می‌یابد که این روند در **شکل ۵** تا **شکل ۸** مشاهده می‌شود.



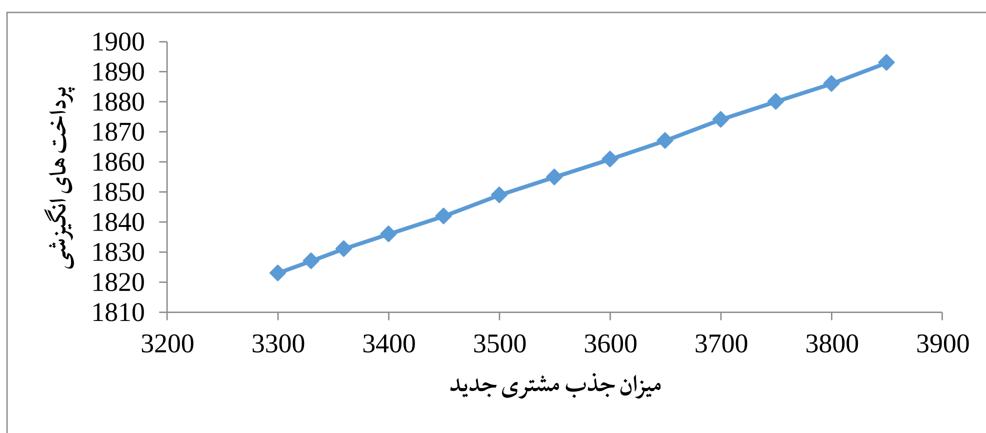
شکل ۵- روند تغییرات کران بالای شاخص هزینه ها در ازای افزایش کران پایین شاخص خروجی میزان جذب مشتریان جدید.

Figure 5- The trend of changes in the upper limit of the cost index in exchange for the increase of the lower limit of the output index of the rate of attracting new customers.



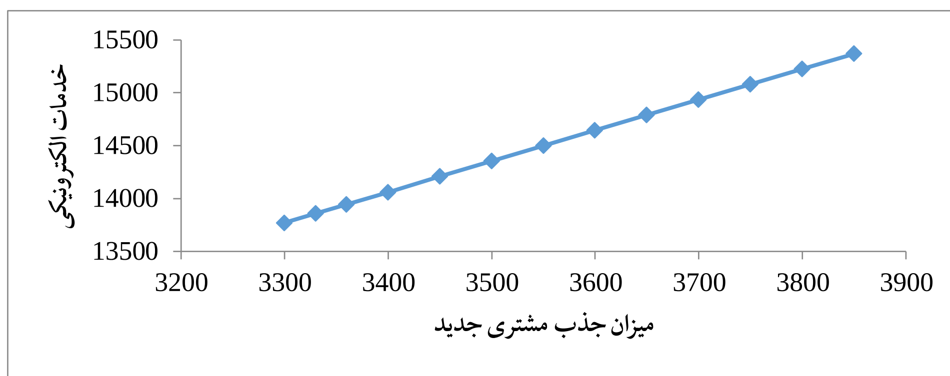
شکل ۶- روند تغییرات کران بالای شاخص مطالبات معوق در ازای افزایش کران پایین شاخص خروجی میزان جذب مشتریان جدید.

Figure 6- The trend of changes in the upper limit of the deferred claims index in exchange for the increase of the lower limit of the output index of the rate of attracting new customers.



شکل ۷- روند تغییرات کران بالای شاخص پرداخت های انگیزشی در ازای افزایش کران پایین شاخص خروجی میزان جذب مشتریان جدید.

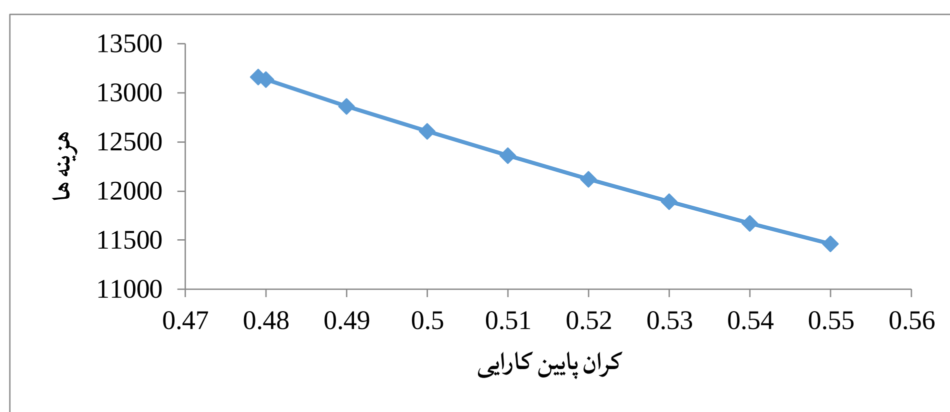
Figure 7- The trend of changes in the upper limit of the incentive payments index in exchange for increasing the lower limit of the output index of attracting new customers.



شکل ۸- روند تغییرات کران بالای شاخص خدمات الکترونیکی در ازای افزایش کران پایین شاخص خروجی میزان جذب مشتریان جدید.

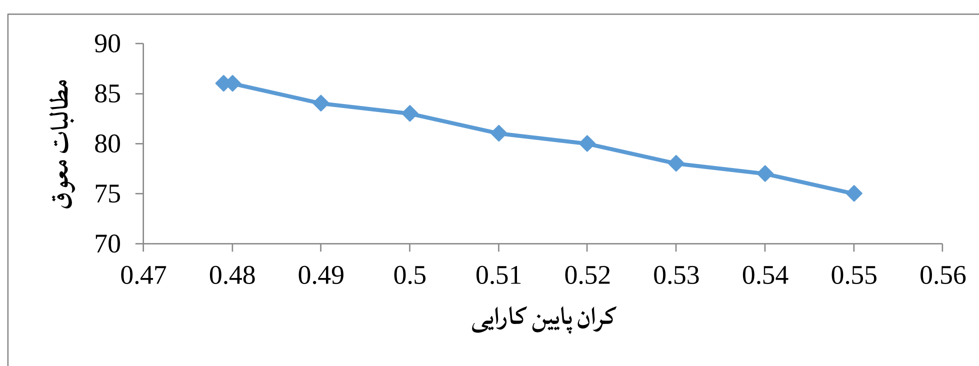
Figure 8- The trend of changes in the upper limit of the electronic services index in exchange for the increase in the lower limit of the output index of the rate of attracting new customers.

حال اگر درنظر بگیریم با ثابت ماندن سطوح خروجی واحد تحت ارزیابی دوم کران‌های پایین و بالای کارایی را افزایش دهیم روند تغییرات سطوح ورودی همانطور که انتظار می‌رود به‌صورت نزولی است و در **شکل ۹** تا **شکل ۱۶** قابل مشاهده است.



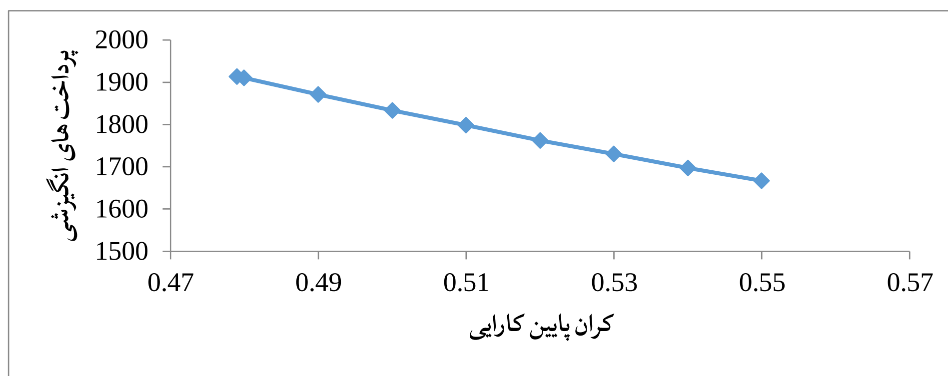
شکل ۹- روند تغییرات شاخص ورودی هزینه ها در ازای افزایش کران پایین کارایی.

Figure 9- The trend of changes in the cost input index in exchange for increasing the lower limit of efficiency.

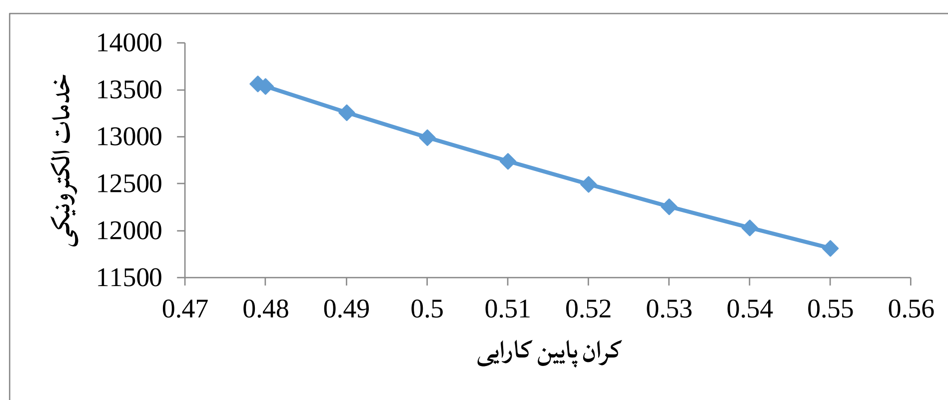


شکل ۱۰- روند تغییرات شاخص ورودی مطالبات معوق در ازای افزایش کران پایین کارایی.

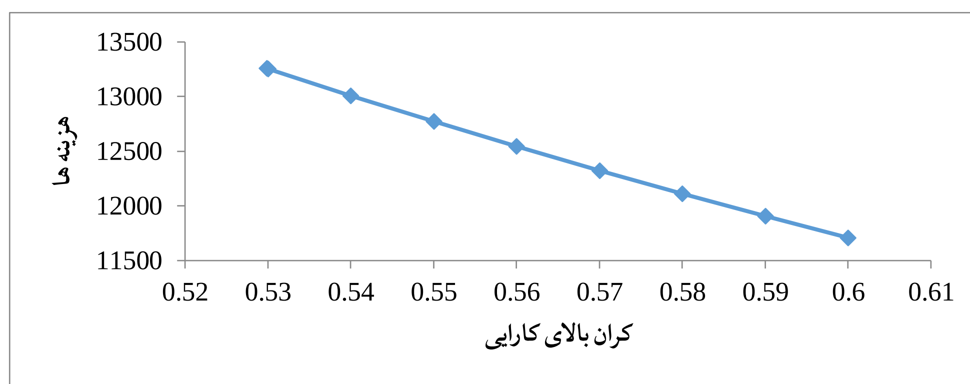
Figure 10- The trend of changes in the input index of deferred claims in exchange for increasing the lower limit of efficiency.



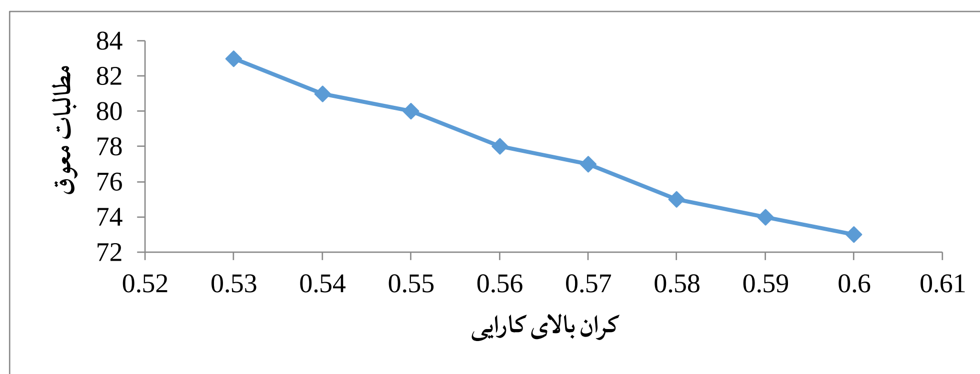
شکل ۱۱- روند تغییرات شاخص ورودی پرداخت های انگیزشی در ازای افزایش کران پایین کارایی.
Figure 11- The trend of changes in the input index of incentive payments in exchange for increasing the lower limit of efficiency.



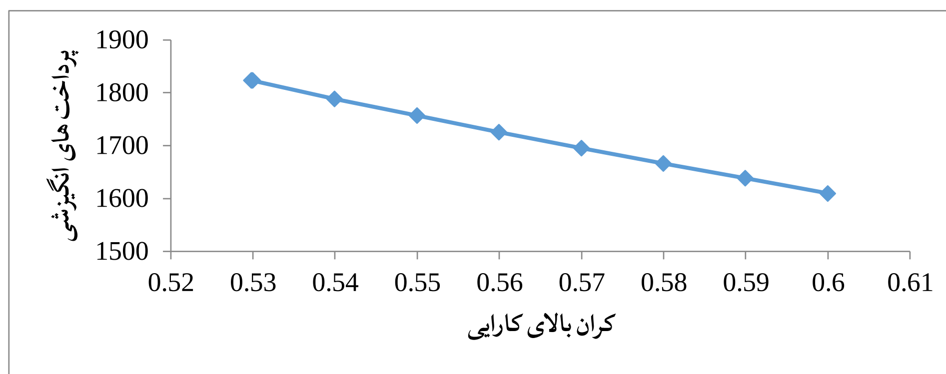
شکل ۱۲- روند تغییرات شاخص ورودی خدمات الکترونیکی در ازای افزایش کران پایین کارایی.
Figure 12- The trend of changes in the input index of electronic services in exchange for increasing the lower limit of efficiency.



شکل ۱۳- روند تغییرات شاخص ورودی هزینه ها در ازای افزایش کران بالای کارایی.
Figure 13- Changes in the cost input index in exchange for increasing the upper limit of efficiency.

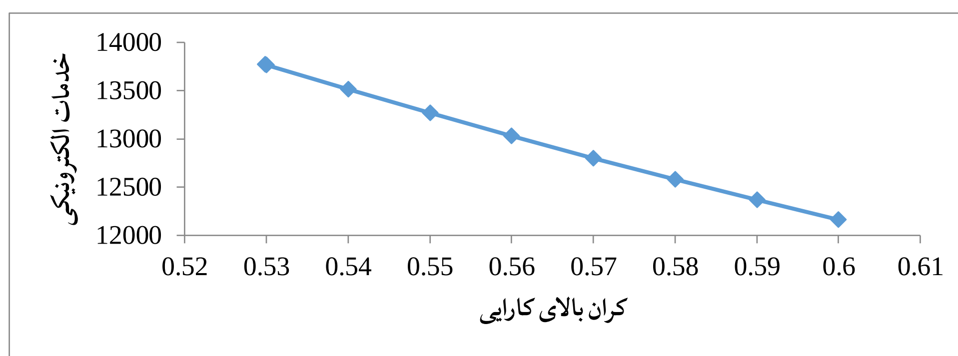


شکل ۱۴- روند تغییرات شاخص ورودی مطالبات معوق در ازای افزایش کران بالای کارایی.
Figure 14- The trend of changes in the input index of deferred claims in exchange for increasing the upper limit of efficiency.



شکل ۱۵- روند تغییرات شاخص ورودی پرداخت های انگیزشی در ازای افزایش کران بالای کارایی.

Figure 15- The trend of changes in the input index of incentive payments in exchange for increasing the upper limit of efficiency.



شکل ۱۶- روند تغییرات شاخص ورودی خدمات الکترونیکی در ازای افزایش کران بالای کارایی.

Figure 16- The trend of changes in the input index of electronic services in exchange for increasing the upper limit of efficiency.

۵- نتیجه‌گیری

در مدل‌های *DEA* اولیه، فرض می‌شود که تمامی داده‌های ورودی و خروجی به‌صورت مقادیر ثابت و مثبت به‌صورت پیوسته در اختیار است؛ اما در عمل همیشه این امکان وجود ندارد که مقادیر داده‌ها به‌صورت قطعی در اختیار باشد.

هم‌چنین ممکن است مقادیر بعضی داده‌ها موجود نباشد. از این‌رو، یکی از مسائلی که در سال‌های اخیر در *DEA* مطرح می‌شود مساله تخمین خروجی‌ها است. از مدل‌های *DEA* می‌توان برای تخمین سطوح خروجی (ورودی) یک واحد تصمیم‌گیرنده، هنگامی که همه یا بعضی از سطوح ورودی (خروجی) آن افزایش می‌یابد با فرض ثابت ماندن کارایی و یا بهبود کارایی بهره برد. مدل‌های *DEA* معکوس با فرض ثابت ماندن کارایی به تخمین سطوح خروجی به هنگام افزایش سطوح ورودی می‌پردازند.

در این پژوهش، برای تخمین سطوح خروجی، دو مساله برنامه‌ریزی خطی چندهدفه ارایه شد که با حل آن سطوح خروجی یا به عبارتی کران‌های بالا و پایین بازه‌های جدید سطوح خروجی تخمین زده شد. ترکیب رویکردهای پیشین تحلیل پوششی داده‌ها در این مطالعه، ضمن افزایش سطوح خروجی، کاهش یا عدم تغییر آن‌ها را نیز شامل شد. مدل پیشنهادی برای تخمین سطوح ورودی به هنگام تغییر (افزایش، کاهش یا عدم تغییر) سطوح خروجی با داده‌های بازه‌ای عملکرد مناسبی دارد.

به‌منظور بررسی مدل پیشنهادی در این پژوهش، یک مطالعه موردی در ۲۴ شعبه از شعب بانک سامان در سطح تهران درنظر گرفته شد. چهار شاخص هزینه، مطالبات معوق، پرداخت‌های انگیزشی و خدمات الکترونیکی به‌عنوان شاخص‌های ورودی و چهار شاخص میزان جذب مشتری جدید، درآمدها، سپرده‌ها، و بهره‌وری *ATMs* به‌عنوان شاخص‌های خروجی برای هریک از شعب تحت بررسی درنظر گرفته شد. داده‌های هریک از این شاخص‌ها به‌صورت بازه‌ای فرض شد. با حل مدل‌ها، میزان کران‌های بالا و پایین کارایی ورودی محور هریک از این شعب در مقایسه با یکدیگر تعیین و واحدهای کارا و ناکارا و نیز واحدهایی که اظهار نظر دقیق در مورد آن‌ها امکان‌پذیر نبود، مشخص شد.

توکلی مقدم / مطالعات راهبردی مالی و بانکی، دوره ۱، شماره ۴، زمستان ۱۴۰۲، صفحه: ۲۷۱-۲۵۸



[1] Navabakhsh, M., Lotfi, F. H., Allahviranloo, T., Balf, F. R., & Rezai, H. Z. (2007). The outputs estimation and improvement of efficiency on interval data in DEA. *International journal of contemporary mathematical sciences*, *2*(4), 195–201.

[2] Hadi-Vencheh, A., & Foroughi, A. A. (2006). A generalized DEA model for inputs/outputs estimation. *Mathematical and computer modelling*, *43*(5–6), 447–457.

[3] Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the royal statistical society series a: statistics in society*, *120*(3), 253–281.

[4] Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European journal of operational research*, *2*(6), 429–444.

[5] O'neal, P. V, Ozcan, Y. A., & Ma, Y. (2002). Benchmarking mechanical ventilation services in teaching hospitals. *Journal of medical systems*, *26*, 227–240. https://link.springer.com/article/10.1023/A:1015058217867

[6] Simar, L., & Wilson, P. W. (2000). Statistical inference in nonparametric frontier models: the state of the art. *Journal of productivity analysis*, *13*, 49–78. https://link.springer.com/article/10.1023/a:1007864806704

[7] Cooper, W. W., Seiford, L. M., Tone, K., & others. (2007). *Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software* (Vol. 2). Springer.

[8] Kuosmanen, T., & others. (2002). Modeling blank data entries in data envelopment analysis. *Econ-wpa working paper at wustl*, *210001*. https://core.ac.uk/download/pdf/9310547.pdf

[9] Kao, C., & Liu, S.-T. (2000). Data envelopment analysis with missing data: an application to university libraries in Taiwan. *Journal of the operational research society*, *51*, 897–905.

[10] Smirlis, Y. G., Maragos, E. K., & Despotis, D. K. (2006). Data envelopment analysis with missing values: an interval DEA approach. *Applied mathematics and computation*, *177*(1), 1–10.

[11] Cook, W. D., Doyle, J., Green, R., & Kress, M. (1997). Multiple criteria modelling and ordinal data: evaluation in terms of subsets of criteria. *European journal of operational research*, *98*(3), 602–609.

[12] Cook, W. D., Kress, M., & Seiford, L. M. (1996). Data envelopment analysis in the presence of both quantitative and qualitative factors. *Journal of the operational research society*, *47*, 945–953.

[13] Cooper, W. W., Park, K. S., & Yu, G. (1999). IDEA and AR-IDEA: models for dealing with imprecise data in DEA. *Management science*, *45*(4), 597–607.

[14] Kim, S.-H., Park, C.-G., & Park, K.-S. (1999). An application of data envelopment analysis in telephone officesevaluation with partial data. *Computers & operations research*, *26*(1), 59–72.

[15] Lee, Y. K., Park, K. S., & Kim, S. H. (2002). Identification of inefficiencies in an additive model based IDEA (imprecise data envelopment analysis). *Computers & operations research*, *29*(12), 1661–1676.

[16] Despotis, D. K., & Smirlis, Y. G. (2002). Data envelopment analysis with imprecise data. *European journal of operational research*, *140*(1), 24–36.

[17] Entani, T., Maeda, Y., & Tanaka, H. (2002). Dual models of interval DEA and its extension to interval data. *European journal of operational research*, *136*(1), 32–45.

[18] Jahanshahloo, G. R., Lofti, F. H., & Moradi, M. (2004). Sensitivity and stability analysis in DEA with interval data. *Applied mathematics and computation*, *156*(2), 463–477.

[19] Jahanshahloo, G. R., Matin, R. K., & Vencheh, A. H. (2004). On return to scale of fully efficient DMUs in data envelopment analysis under interval data. *Applied mathematics and computation*, *154*(1), 31–40.

[20] Jahanshahloo, G. R., Matin, R. K., & Vencheh, A. H. (2004). On FDH efficiency analysis with interval data. *Applied mathematics and computation*, *159*(1), 47–55.

[21] Wang, Y.-M., Greatbanks, R., & Yang, J.-B. (2005). Interval efficiency assessment using data envelopment analysis. *Fuzzy sets and systems*, *153*(3), 347–370.

[22] Wei, Q., Zhang, J., & Zhang, X. (2000). An inverse DEA model for inputs/outputs estimate. *European journal of operational research*, *121*(1), 151–163.

[23] Yan, H., Wei, Q., & Hao, G. (2002). DEA models for resource reallocation and production input/output estimation. *European journal of operational research*, *136*(1), 19–31.

[24] Moradipour, P., Edalatpanah, S. A., & Sorourkhah, A. (2023). Identifying the factors affecting students' satisfaction and dissatisfaction with the university (case study: postgraduate management students of a higher education institute). *Modern research in performance evaluation*. (**In Persian**) https://www.journal-mrpe.ir/article_185975.html

[25] Imeni, M., Pouresmaeil Motlagh, B., Pirouz, F., & Shemshad, A. (2022). Choosing the best company for investment according to the financial factors in the neutrosophic environment (case study: automotive industry). *Fuzzy optimization and modeling journal*, *3*(4), 9–16.

[26] Edalatpanah, S. A. (2020). Data envelopment analysis based on triangular neutrosophic numbers. *CAAI transactions on intelligence technology*, *5*(2), 94–98.